

# ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**1. Наблюдение, испытание и событие.** Наблюдение за поведением и признаками изучаемых объектов может осуществляться путем опыта, эксперимента или количественного измерения. Осуществление каждого такого наблюдения (опыта, эксперимента или измерения) называется *испытанием*. Совокупность условий, при которых осуществляется данное испытание, называют *комплексом условий* ( $\sigma$ ).

*В теории вероятностей испытанием принято называть эксперимент, который (хотя бы теоретически) может быть произведён в одних и тех же условиях неограниченное число раз.*

Результат или исход каждого испытания назовём *событием*. Событие, которое неизбежно происходит при каждой реализации комплекса условий  $\sigma$ , называется *достоверным*. Если событие заведомо не может произойти при осуществлении комплекса условий  $\sigma$ , то оно называется *невозможным*. Каждое событие, которое может произойти, а может и не произойти, называется *случайным событием*.

События, которые не могут быть разложены на более простые, условимся называть *элементарными* событиями. Событие, состоящее из нескольких элементарных событий, определяется как *сложное* событие.

## 2. Соотношения между событиями.

1. Сложное событие, заключающееся в наступлении хотя бы одного из событий  $A$  и  $B$ , называется *суммой* этих событий и обозначается  $A + B$  или  $A \cup B$  (читается: « $A$  или  $B$ »).

2. Сложное событие, состоящее в одновременном наступлении  $A$  и  $B$ , называется их *произведением* и обозначается  $AB$  или  $A \cap B$  (читается: « $A$  и  $B$ »).

3. Событие, заключающееся в том, что событие  $A$  происходит, а событие  $B$  не происходит, называется *разностью* событий  $A$  и  $B$  и обозначается  $A - B$ .

4. Если при реализации комплекса условий  $\sigma$ , при котором происходит событие  $A$ , происходит и событие  $B$ , то говорят, что  $A$  *влечет за собой*  $B$  (или событие  $A$  является *частным случаем*  $B$ , и записывают  $A \subset B$  (или  $B \supset A$ )).

5. Если событие  $A$  влечет за собой событие  $B$  и, наоборот, при этом же комплексе условий  $\sigma$   $B$  влечет  $A$ , то события  $A$  и  $B$  называют *равносильными* и записывают  $A = B$ .

6. Два события называются *несовместимыми*, если появление одного из них при данном испытании исключает возможность появления другого. Два события являются *совместимыми*, если появление одного из них при данном испытании не исключает появления другого.

7. События  $A, B, C, \dots, Z$  образуют *полную систему событий*, если при осуществлении комплекса условий  $\sigma$  хотя бы одно из них непременно должно произойти.

8. Два несовместимых события  $A$  и  $\bar{A}$  ( $\bar{A}$  читается: «не  $A$ »), составляющих полную систему событий, называются *противоположными*.

Система, включающая простые события  $A, B, C, \dots$ , а также сложные события, представляющие суммы, произведения, разности, отрицания и т. п., называется *полем событий*.

**3. Вероятность элементарного лингвистического события.** Простое перечисление и классификация лингвистических событий, которые образуют поле событий, принадлежащее данному опыту, имеет сравнительно ограниченный познавательный интерес. Гораздо важнее оценить степень возможности того или иного события. Мерой возможности появления лингвистического события  $A$  при осуществлении комплекса условий  $\sigma$  является вероятность  $P(A)$  этого события. Для языкознания интерес представляют три определения вероятности: а) определение вероятности, исходящее из субъективной количественной оценки возможности события; б) «классическое» определение вероятности; в) «статистическое» определение вероятности.

**Субъективное определение вероятности и его использование в лингвистике.** Если человек решает интуитивно оценить вероятность события  $A$ , то он опирается на совокупность знаний (тезаурус)  $\Theta$  относительно тех возможностей, которые могут способствовать или не благоприятствовать осуществлению события  $A$ . Эта вероятность может быть представлена как  $P(A, \Theta)$ , т.е. как вероятность события  $A$  при заключенном в мозгу данного человека тезаурусе  $\Theta$ . Если два человека имеют относительно события  $A$  одинаковый тезаурус  $\Theta$ , то значения вероятностей события  $A$  для этих людей будут одни и те же. Однако такая ситуация встречается редко. Чаще вероятность

одного и того же события оценивается разными людьми, исходя из разных величин  $\Theta$  и  $\Theta'$ . Даже у одного и того же познающего субъекта со временем величина  $\Theta$  изменяется и превращается в  $\Theta'$ , следовательно, и его оценки вероятности события  $A$  в разные периоды его жизни являются различными:  $P(A, \Theta) \neq P(A, \Theta')$ . Так, например, человек, недостаточно знающий русский язык, может предполагать, что вероятности появления букв *з*, *е*, *и*, *м* после цепочки *Дкото* равны. Напротив, человек, хорошо знающий русский язык и ориентирующийся на художественную прозу и разговорную речь, скажет, что вероятность появления *е* или *и* после указанной цепочки выше, чем появление *з* или *м*. Наконец, информант, языковое чутье которого сформировалось на основе газетной речи, будет утверждать, что наиболее вероятной в данной ситуации является буква *з*.

Часто говорят, что оценка вероятности того или иного события имеет отношение только к состоянию познающего субъекта, и поэтому все выводы из вероятностных суждений лишаются объективного, не зависящего от познающего субъекта содержания. Однако нельзя забывать, что многие исследования в области экспериментальной психологии и языкознания строятся на основе обработки именно субъективных вероятностных оценок, получаемых исследователем от информанта. С помощью субъективных вероятностей оценивается достоверность вхождения объектов в нечеткие множества. На этой же основе делаются попытки измерения семантической информации.

На использовании субъективных вероятностей строятся многие языковедческие исследования, а различия в субъективных вероятностях становятся часто источником разного вида лингвистических дискуссий. Так, например, А. Вайан считал, что русский именной суффикс *-яга* (ср. *бродяга*, *работяга*) продуктивен, т.е. вероятность образования с ним новых слов достаточно велика; В.В. Виноградов, наоборот, утверждает, что этот суффикс малопродуктивен, т.е. вероятность появления с ним новых слов очень мала. А. Н. Гвоздев считал, что образования с приставкой *раз-* (*разудалый*, *развеселый*) вероятнее всего встречаются в разговорном языке и просторечии, а Академическая Грамматика утверждает, что эти слова вероятнее всего можно встретить в диалектах.

**Классическое определение вероятности.** Существуют испытания, для которых вероятности их исходов можно оценить непосредственно из условий самого опыта. Для этого необходимо, чтобы различные исходы испытаний обладали симметрией и в силу этого были бы *равновозможными*. Для иллюстрации симметрии и *равновозможности* опытов рассмотрим слово *кот*, составленное из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами тщательно перемешивают и кладут в урну. Производится испытание, состоящее в извлечении карточки с буквой. Появления любой из букв, образующих слово *кот*, в силу правила симметрии, являются равновероятными и попарно несовместимыми событиями.

Для поля событий может быть дано так называемое классическое определение вероятности, которое формулируется следующим образом:

*Если результаты испытания можно представить в виде полной системы  $n$  равновероятных и попарно несовместимых событий и если случайное событие появляется только в  $m$  случаях, то вероятность события  $A$  равна  $P(A) = m/n$ , т. е. отношению количества случаев, благоприятствующих данному событию, к общему числу всех случаев.*

Из классического определения вероятности вытекают такие следствия.

1. *Вероятность достоверного события равна единице:  $P(U) = 1$ .*
2. *Вероятность невозможного события равна нулю:  $P(V) = 0$ .*
3. *Вероятность появления случайного события  $A$  при  $N$  испытаниях есть положительное число, заключенное между нулем и единицей:  $0 \leq P(A) \leq 1$ .*

В некоторых лингвистических работах, использующих элементы теории вероятностей, величина вероятности выражается в процентах.

### **Статистическое определение вероятности. Выборочное частотное описание текста.**

Классическое определение вероятности оказывается весьма удобным применительно к таким опытам, которые заведомо дают симметрию конечного числа равновероятных исходов. Однако при переходе от этих простых примеров к решению более сложных вероятностно-лингвистических задач это определение наталкивается на непреодолимые трудности.

Во-первых, число возможных результатов может и не быть конечным. Так, например, определяя вероятности появления в языке слов, словоформ или сочетаний, мы должны согласиться с тем, что практически число этих лингвистических единиц стремится к бесконечности.

Во-вторых, утверждать о равновероятности исходов лингвистического опыта обычно бывает весьма затруднительно.

К опытам, которые не могут быть исследованы на основе системы случаев, применяется так называемое статистическое определение вероятности.

Прежде чем давать статистическое определение вероятности, введем некоторые определения и рассмотрим конкретный лингвистический пример.

Пусть произведена серия из  $N$  испытаний, в каждом из которых могло появиться или не появиться событие  $A$ . Тогда *абсолютной частотой* (или *частотой*)  $F$  называется число появлений события  $A$ , а *относительной частотой* (или *частотью*)  $f(A)$ —отношение абсолютной частоты к общему числу испытаний:

При небольшом числе опытов частоты события носят непостоянный и случайный характер и могут изменяться от одной группы событий к другой. Например, в одном взятом наугад тексте из произведений Пушкина длиной в 100 слов формы глагола *быть* не появились ни разу, зато в другом отрывке той же длины этот глагол появился три раза и его относительная частота возросла до 0,03. Однако при последовательном увеличении объема выборки относительная частота глагола *быть* приобретает определенную устойчивость, приближаясь к величине 0,01. Аналогичным образом получены относительные частоты (статистические вероятности) русских букв, показанные в таблицах

Таблица 1

Распределение вероятностей букв в русских литературных текстах

| Буква               | Р     | Буква | Р     | Буква | Р     |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Пробел ( $\Delta$ ) | 0,174 | к     | 0,028 | ч     | 0,012 |
| о                   | 0,090 | м     | 0,026 | й     | 0,010 |
| е, ё                | 0,072 | д     | 0,025 | х     | 0,009 |
| а                   | 0,062 | п     | 0,023 | ж     | 0,007 |
| и                   | 0,062 | у     | 0,021 | ш     | 0,006 |
| н                   | 0,053 | я     | 0,018 | ю     | 0,006 |
| т                   | 0,053 | з     | 0,016 | ц     | 0,004 |
| с                   | 0,045 | ы     | 0,016 | щ     | 0,003 |
| р                   | 0,040 | б     | 0,014 | э     | 0,003 |
| в                   | 0,038 | ь, ъ  | 0,014 | ф     | 0,002 |
| л                   | 0,035 | г     | 0,013 |       |       |

Таблица 2

Распределение вероятностей первых букв русского слова

| Буква | Р     | Буква | Р     | Буква | Р     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| п     | 0,207 | я     | 0,035 | е     | 0,014 |
| н     | 0,085 | з     | 0,032 | э     | 0,014 |
| и     | 0,070 | т     | 0,031 | л     | 0,012 |
| с     | 0,064 | ш     | 0,030 | х     | 0,010 |
| о     | 0,052 | ф     | 0,029 | ц     | 0,008 |
| в     | 0,051 | р     | 0,021 | ж     | 0,007 |
| к     | 0,040 | б     | 0,020 | щ     | 0,003 |
| м     | 0,038 | у     | 0,020 | ю     | 0,002 |
| д     | 0,037 | г     | 0,016 | й     | 0,001 |
| а     | 0,036 | ч     | 0,015 |       |       |

Опыт многих наук, да и вся практическая деятельность человека показывают, что результаты отдельных статистических испытаний могут давать заметные флуктуации. Однако при большом числе испытаний  $N$  статистические флуктуации начинают сглаживаться, а относительная частота  $f$  обнаруживает все большую устойчивость. Иными словами, в случайных явлениях имеется некоторое объективно существующее свойство, которое имеет тенденцию оставаться постоянным и проявляется все яснее при увеличении объема исследуемого материала. Указанное свойство измеряется некоторой постоянной величиной, которая является количественной объективной числовой характеристикой изучаемого явления. Эта постоянная величина и называется *вероятностью* случайного события  $A$  [будем по-прежнему обозначать ее символом  $P(A)$ ]. Экспериментальными значениями вероятности являются относительные частоты интересующего нас события  $f(A)$  в

определенных сериях наблюдений. Определенная таким образом вероятность случайного события носит название *статистической вероятности*.

Следует обратить внимание на то, что точное численное значение статистической вероятности остается, вообще говоря, неизвестным. За численное значение вероятности обычно принимается при большом количестве испытаний либо сама частота события  $A$ , либо некоторое число, близкое к этой частоте, например некоторое среднее арифметическое относительных частот, полученных из нескольких достаточно больших серий испытаний.

Оставляя в стороне методологические дискуссии, связанные со статистическим определением вероятности, необходимо подчеркнуть, что этот подход имеет принципиальное значение для прикладных исследований, в том числе и лингвистических, например при составлении частотных словарей. Не имея обычно возможности обследовать всю генеральную совокупность возможных исходов (например, всю совокупность словоупотреблений, составляющих все когда-либо написанные русские тексты), мы вынуждены производить серию наблюдений, охватывающих некоторую частную совокупность (например, определенную выборку из русских текстов). В результате таких исследований мы получаем относительные частоты для случайных событий (в нашем случае — словоформ или слов). По этим относительным частотам необходимо оценить численные значения вероятностей, которые, как уже указывалось, являются числовой характеристикой изучаемых явлений. Эта оценка сводится к выяснению того, насколько далеко отклоняются экспериментальные частоты от вероятности. Решение такой задачи является по существу узловым вопросом всех статистических исследований.

#### 4. Зависимые лингвистические события и условные вероятности.

До сих пор мы имели дело с *независимыми* событиями, т. е. с такими событиями, вероятность появления которых не зависела от вероятности появления другого лингвистического события — эти вероятности называются *безусловными*. Однако языкознание сравнительно редко имеет дело с независимыми событиями. Обычно речь идет о *зависимых событиях* и *условных вероятностях*: даже вероятности появления букв, фонем, слогов, морфем и т. д. являются условными, так как зависят от позиции этих лингвистических объектов в слове, словосочетании и предложении.

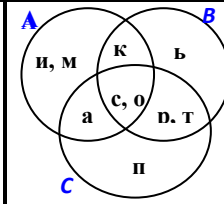
Рассмотрим соотношение независимых и зависимых событий, а также безусловных и условных вероятностей на примере искусственного лингвистического опыта.

Словоформа *мамам* (дательный падеж множественного числа от *мама*) составлена из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами этого слова положены в урну. Производится испытание, состоящее в последовательном извлечении карточки с буквой и возвращении ее обратно в урну. Событием  $B$  считается извлечение буквы  $m$  в первом испытании (тогда  $\bar{B}$  будет извлечение из урны не  $m$ , т. е. буквы  $a$ ), событием  $A$  — извлечение буквы  $a$  во втором опыте (тогда  $\bar{A}$  будет извлечение из урны не  $a$ , т. е. буквы  $m$ ). В силу того, что вынутая в первый раз буква возвращается обратно в урну, перед вторым опытом количество букв в урне не изменяется. Поэтому вероятность события  $A$  является безусловной, поскольку она не зависит от того, была ли извлечена до этого из урны буква  $m$  (событие  $B$ ) или буква  $a$  (событие  $\bar{B}$ ), и остается равной  $2/5$ . Безусловной является и вероятность события  $B$ . Если изменить условия опыта и не возвращать извлеченную букву обратно в урну, то вероятности получить при втором, третьем и т. д., извлечениях букву  $a$  или  $m$  будут существенно зависеть от того, какие буквы были извлечены перед этим из урны.

Пусть исходом первого извлечения была буква  $m$ ; тогда вероятность вытащить при втором извлечении букву  $a$  составит  $2/4 = 1/2$ . В том же случае, когда в результате первого опыта получена буква  $a$  (событие  $\bar{B}$ ), вероятность вытащить второй раз букву  $a$  равна  $1/4$ . Сходное положение возникает при определении вероятности появления буквы  $m$  (событие  $\bar{A}$ ) во втором извлечении при условии, что в первый раз была получена буква  $m$  (событие  $B$ ) или  $a$  (событие  $\bar{B}$ ). Иными словами, события  $A$  и  $B$  являются *зависимыми*, а их вероятности — *условными*.

Условная вероятность события  $A$  при условии, что произошло событие  $B$ , обозначается  $P(A/B)$ .

## Вариант I. Контрольная работа с решением

| №  | Условия задач  | Краткие решения задач  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
|--|--|--|---|---|--|--|------------------------------|----------------------------|-------------|---------------------------------------|-----------------------------|-------------------|------------|---------------------------------|---|---|-----------------------|
| № 1  | <p>Пусть <math>R</math> – множество букв современного русского алфавита, <math>A</math> – подмножество <math>R</math>, состоящее из букв, составляющих слово <i>аксиома</i>, <math>B</math> – подмножество <math>R</math>, состоящее из букв, составляющих слово <i>скорость</i>, <math>C</math> – подмножество <math>R</math>, состоящее из букв, составляющих слово <i>паспорт</i>.</p> <p>Задать способом перечисления следующие множества и найти количество их элементов: а) <math>A \cup B</math> б) <math>B \cap C</math> в) <math>C \setminus A</math> г) <math>A \cap B \cap C</math></p> |  <p> <math>A \cup B = \{a, k, c, u, o, m, p, t, b\}</math>    <math>m(A \cup B) = 9</math><br/> <math>B \cap C = \{c, o, p, m\}</math>    <math>m(B \cap C) = 4</math><br/> <math>C \setminus A = \{n, p, m\}</math>    <math>m(C \setminus A) = 3</math><br/> <math>A \cap B \cap C = \{c, o\}</math>    <math>m(A \cap B \cap C) = 2</math> </p>   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 2  | <p>Из текста выбрано 7 местоимений для исследования: <i>кто, какой, всякий, что, этот, самый, я</i>. Провести их классификацию по трем параметрам: <i>род, число, падеж</i>?</p>   | <p><b>Ответ:</b> три класса – 001, 011 и 111.<br/> <b>001:</b> Я; <b>011:</b> ты, эти; <b>111:</b> он, она, свой, который</p>  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 3  | <p>Будем называть «словом» любую последовательность букв от пробела до пробела. а) Сколько <i>двухбуквенных</i> «слов» можно составить из 5 различных букв русского алфавита? б) Сколько <i>двухбуквенных</i> «слов» можно составить, используя 6 кубиков с различными буквами (на всех гранях кубика буква одна и та же)?</p>   | <p>а) <math>\tilde{A}_5^2 = 5^2 = 25</math><br/>         б) <math>A_6^2 = 6!/4! = 6 * 5 = 30</math></p>  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 4  | <p>Перестановки букв некоторого слова называют его анаграммами. Сколько анаграмм у слова <i>колокол</i>?</p>   | <p><math>\frac{0}{\text{к}} - \frac{3}{2}</math><br/> <math>\frac{\text{л}}{\text{л}} - \frac{2}{2}</math></p> <p><math>\tilde{P}_{3,2,2}^7 = 7! / (3! * 2! * 2!) = 7 * 6 * 5 * 4 / 2 * 2 = 210</math></p>   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 5  | <p>Из урны, в которой находятся 2 жёлтых, 3 синих, 4 чёрных и 3 белых шара, наудачу вынимается один. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется а) белым? б) не зеленым? в) красным?</p>  | <p>а) <math>P(\text{«белый»}) = 3/15 = 1/5</math><br/>         б) <math>P(\text{«не зеленый»}) = 1/15 = 1</math><br/>         в) <math>P(\text{«красный»}) = 0/15 = 0</math></p>   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 6  | <p>4 буквы разрезной азбуки Ф, О, Р, Т собирают в произвольном порядке (полученную таким образом последовательность букв назовём «словом»). Какова вероятность того, что это «слово»: а) является словом «ФОРТ»? б) начинается с гласной буквы? в) начинается с согласной буквы?</p>   | <p>а) <math>P(\text{«форт»}) = 1/4! = 1/24</math><br/>         б) <math>P(\text{«начинается с Глас»}) = 1 * 3! / 4! = 1/4</math><br/>         в) <math>P(\text{«начинается с Согл»}) = 3 * 3! / 4! = 3/4</math></p>  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 7  | <p>Для сдачи зачёта по математике студенту необходимо ответить на 2 вопроса из 15. Студент подготовил ответы на 12 вопросов. Какова вероятность успешной сдачи зачёта?</p>   | <p><math>P(\text{«сдал»}) = C_{12}^2 / C_{15}^2 = (12! / 10! * 2!) / (15! / 13! * 2!) = (12! * 13! * 2!) / (10! * 2! * 15!) = 11 * 12 / 14 * 15 = 22/35</math></p>   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 8  | <p>Назовём игральной костью кубик из однородного материала с гранями, занумерованными цифрами от 1 до 6. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что а) сумма очков, выпавших на 2 костях, окажется равной 4? б) на обеих костях выпадут чётные числа очков?</p>   | <p><math>\frac{4}{1+3} = \frac{3+1}{2+2}</math></p> <p>а) <math>P(\text{«Σ = 4»}) = 3/36 = 1/12</math><br/>         б) <math>P(\text{«чётные»}) = 9/36 = 1/4</math></p>  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 9  | <p>Из мешочка, в котором находятся 7 кубиков с гласными буквами и 4 кубика с согласными (на всех гранях кубика буква одна и та же), один за другим извлекаются два кубика (кубики в мешочек не возвращаются). Какова вероятность того, что второй кубик: а) окажется с гласной буквой, если первый кубик был с гласной буквой? б) окажется с гласной буквой, если первый кубик был с согласной буквой?</p>   | <p>а) <math>P(\text{«2-я Гл / 1-я Гл»}) = 6/10 = 3/5</math><br/>         б) <math>P(\text{«2-я Гл / 1-я Согл»}) = 7/10</math></p>  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 10   | <p>Алфавит племени Мумбу-Юмбу содержит 5 букв, «слова» (любая последовательность букв) могут состоять из 2 или 4 букв. Какова вероятность того, что взятое наугад слово из полного словаря племени будет четырёхбуквенным, если а) в любом слове каждая из 5 букв используется не более одного раза? б) в словах допускаются повторения каждой буквы любое возможное количество раз?</p>   | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Слова</th> <th>без повторений букв</th> <th>с повторениями букв</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2-буквенные</td> <td><math>A_5^2 = 5!/3! = 4 * 5 = 20</math></td> <td><math>\tilde{A}_5^2 = 5^2 = 25</math></td> </tr> <tr> <td>4-буквенные</td> <td><math>A_5^4 = 5!/1! = 2 * 3 * 4 * 5 = 120</math></td> <td><math>\tilde{A}_5^4 = 5^4 = 625</math></td> </tr> <tr> <td><b>Итого слов</b></td> <td style="text-align: center;"><b>140</b></td> <td style="text-align: center;"><b>650</b></td> </tr> <tr> <td><b>P (4-буквен.)</b></td> <td style="text-align: center;"><math>= 120 / 140 = 6/7</math></td> <td style="text-align: center;"><math>= 625 / 650 = 25/26</math></td> </tr> </tbody> </table>                               | Слова   | без повторений букв   | с повторениями букв  | 2-буквенные  | $A_5^2 = 5!/3! = 4 * 5 = 20$ | $\tilde{A}_5^2 = 5^2 = 25$ | 4-буквенные | $A_5^4 = 5!/1! = 2 * 3 * 4 * 5 = 120$ | $\tilde{A}_5^4 = 5^4 = 625$ | <b>Итого слов</b> | <b>140</b> | <b>650</b>                      | <b>P (4-буквен.)</b>                                  | $= 120 / 140 = 6/7$   | $= 625 / 650 = 25/26$ |
| Слова  | без повторений букв  | с повторениями букв  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| 2-буквенные  | $A_5^2 = 5!/3! = 4 * 5 = 20$   | $\tilde{A}_5^2 = 5^2 = 25$   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| 4-буквенные  | $A_5^4 = 5!/1! = 2 * 3 * 4 * 5 = 120$  | $\tilde{A}_5^4 = 5^4 = 625$  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| <b>Итого слов</b>  | <b>140</b>   | <b>650</b>   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| <b>P (4-буквен.)</b>   | $= 120 / 140 = 6/7$  | $= 625 / 650 = 25/26$  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 11   | <p>Двое стрелков по разу стреляют в мишень. Вероятность попадания при выстреле для первого стрелка равна 0.7, а для второго 0.9. Найти вероятность а) двух попаданий б) ни одного попадания в) только одного попадания г) хотя бы одного попадания</p>   | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>1-ый</th> <th>2-ой</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Попадал</td> <td>0,7</td> <td>0,9</td> <td>а) <math>P_1 P_2</math>    <math>0,7 * 0,9 = 0,63</math></td> </tr> <tr> <td rowspan="3">Не попал</td> <td rowspan="3">0,3</td> <td rowspan="3">0,1</td> <td>б) <math>H_1 H_2</math>    <math>0,3 * 0,1 = 0,03</math></td> </tr> <tr> <td>в) <math>P_1 H_2 + H_1 P_2</math>    <math>0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,34</math></td> </tr> <tr> <td>г) <math>P_1 P_2 + P_1 H_2 + H_1 P_2</math>    <math>0,7 * 0,9 + 0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,97</math></td> </tr> </tbody> </table>  |   | 1-ый  | 2-ой   |  | Попадал                      | 0,7                        | 0,9         | а) $P_1 P_2$ $0,7 * 0,9 = 0,63$       | Не попал                    | 0,3               | 0,1        | б) $H_1 H_2$ $0,3 * 0,1 = 0,03$ | в) $P_1 H_2 + H_1 P_2$ $0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,34$ | г) $P_1 P_2 + P_1 H_2 + H_1 P_2$ $0,7 * 0,9 + 0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,97$ |                       |
|  | 1-ый   | 2-ой   |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| Попадал  | 0,7  | 0,9  | а) $P_1 P_2$ $0,7 * 0,9 = 0,63$   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| Не попал   | 0,3  | 0,1  | б) $H_1 H_2$ $0,3 * 0,1 = 0,03$   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
|  |  |  | в) $P_1 H_2 + H_1 P_2$ $0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,34$   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
|  |  |  | г) $P_1 P_2 + P_1 H_2 + H_1 P_2$ $0,7 * 0,9 + 0,7 * 0,1 + 0,3 * 0,9 = 0,97$                       |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| № 12   | <p>Колода карт содержит 36 различных карт (9 карт пиковой масти, 9 трефовый, 9 бубновой и 9 червовой). Сдача карт одному игроку состоит из 6 карт, порядок которых не важен. Какова вероятность того, что: а) в сдаче все карты будут трефовый масти? б) в сдаче все карты будут одного цвета? в) в сдаче будет 4 туза? г) в сдаче будет точно 2 дамы?</p>   | <p><math>C_{36}^6 = 36! / (30! * 6!) = 31 * 8 * 33 * 34 * 7 = 1\,947\,792</math>; <math>C_{32}^4 = 32! / (28! * 4!) = 29 * 10 * 31 * 4 = 35\,960</math></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td>а) <math>P(\text{«трефы»}) = C_9^6 / C_{36}^6 = 84 / 1\,947\,792 = 1 / 23\,188</math>    (<math>\approx 0,000043</math>)</td> </tr> <tr> <td>б) <math>P(\text{«один цвет»}) = 2 * C_{18}^6 / C_{36}^6 = 2 * 18\,564 / 1\,947\,792 = 13 / 682</math></td> </tr> <tr> <td>в) <math>P(\text{«4 туза»}) = (C_4^4 * C_{32}^2) / C_{36}^6 = 31 * 16 / 1\,947\,792 = 1/3\,927</math>    (<math>\approx 0,00025</math>)</td> </tr> <tr> <td>г) <math>P(\text{«точно 2 дамы»}) = (C_4^2 * C_{32}^4) / C_{36}^6 = 6 * 35\,960 / 1\,947\,792 = 145/1\,309</math></td> </tr> </tbody> </table> | а) $P(\text{«трефы»}) = C_9^6 / C_{36}^6 = 84 / 1\,947\,792 = 1 / 23\,188$ ( $\approx 0,000043$ ) | б) $P(\text{«один цвет»}) = 2 * C_{18}^6 / C_{36}^6 = 2 * 18\,564 / 1\,947\,792 = 13 / 682$ | в) $P(\text{«4 туза»}) = (C_4^4 * C_{32}^2) / C_{36}^6 = 31 * 16 / 1\,947\,792 = 1/3\,927$ ( $\approx 0,00025$ ) | г) $P(\text{«точно 2 дамы»}) = (C_4^2 * C_{32}^4) / C_{36}^6 = 6 * 35\,960 / 1\,947\,792 = 145/1\,309$ |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| а) $P(\text{«трефы»}) = C_9^6 / C_{36}^6 = 84 / 1\,947\,792 = 1 / 23\,188$ ( $\approx 0,000043$ )                |  |  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| б) $P(\text{«один цвет»}) = 2 * C_{18}^6 / C_{36}^6 = 2 * 18\,564 / 1\,947\,792 = 13 / 682$                      |  |  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| в) $P(\text{«4 туза»}) = (C_4^4 * C_{32}^2) / C_{36}^6 = 31 * 16 / 1\,947\,792 = 1/3\,927$ ( $\approx 0,00025$ ) |  |  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |
| г) $P(\text{«точно 2 дамы»}) = (C_4^2 * C_{32}^4) / C_{36}^6 = 6 * 35\,960 / 1\,947\,792 = 145/1\,309$           |  |  |   |   |  |  |                              |                            |             |                                       |                             |                   |            |                                 |   |   |                       |

## ВАРИАНТ 2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

**Задача 1.** Пусть  $R$  — множество букв современного русского алфавита,  
 $A$  — подмножество  $R$ , состоящее из букв, составляющих слово рифма,  
 $B$  — подмножество  $R$ , состоящее из букв, составляющих слово парадигма,  
 $C$  — подмножество  $R$ , состоящее из букв, составляющих слово параграф.  
Задать способом перечисления следующие множества и найти количество их элементов:  
а)  $A \cup C$                       б)  $C \cap B$                       в)  $B \setminus A$                       г)  $A \cap B \cap C$

**Задача 2.** Из текста выбрано 7 местоимений для исследования: *кто, какой, всякий, что, этот, самый, я*. Провести их классификацию по трем параметрам: *род, число, падеж*.

**Задача 3.** Будем называть «словом» любую последовательность букв от пробела до пробела.  
а) Сколько трёхбуквенных «слов» можно составить из 10 различных букв русского алфавита?  
б) Сколько четырёхбуквенных «слов» можно составить, используя 10 кубиков с различными буквами (на всех гранях кубика буква одна и та же)?

**Задача 4.** Перестановки букв некоторого слова называют его анаграммами.  
Сколько анаграмм у слова *грамматика*?

**Задача 5.** Из урны, в которой находятся 2 жёлтых, 3 синих, 4 чёрных и 3 белых шара, наудачу вынимается один. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется  
а) белым?  
б) не зелёным?  
в) красным?

**Задача 6.** 5 букв разрезной азбуки **Л, Ы, М, Ъ, С**, собирают в произвольном порядке (полученную таким образом последовательность букв назовём «словом»). Какова вероятность того, что это «слово»:  
а) является словом «*МЫСЛЬ*»?  
б) начинается с гласной буквы?  
в) начинается с согласной буквы?

**Задача 7.** Для сдачи зачёта по математике студенту необходимо ответить на 2 вопроса из 9. Студент подготовил ответы на 6 вопросов. Какова вероятность успешной сдачи зачёта?

**Задача 8.** Назовём игральной костью кубик из однородного материала с гранями, занумерованными цифрами от 1 до 6. Бросаются две игральных кости. Какова вероятность того, что  
а) сумма очков, выпавших на 2 костях, окажется равной 4?  
б) на обеих костях выпадут разные числа очков?

**Задача 9.** Из мешочка, в котором находятся 6 кубиков с гласными буквами и 5 кубиков с согласными (на всех гранях кубика буква одна и та же), один за другим извлекаются два кубика (кубики в мешочек не возвращаются). Какова вероятность того, что второй кубик:  
а) окажется с согласной буквой, если первый кубик был с согласной буквой?  
б) окажется с согласной буквой, если первый кубик был с гласной буквой?

**Задача 10.** Алфавит племени Мумбу-Юмбу содержит 9 букв, слова могут состоять из 3, 5 или 7 букв. Какова вероятность того, что взятое наугад слово из полного словаря племени будет трёхбуквенным, если  
а) в любом слове каждая из 9 букв используется не более одного раза?  
б) в словах допускаются повторения каждой буквы любое возможное количество раз?

**Задача 11.** Двое стрелков по разу стреляют в мишень. Вероятность попадания при выстреле для первого стрелка равна 0,6, а для второго 0,9. Найти вероятность  
а) двух попаданий  
б) ни одного попадания  
в) только одного попадания  
г) хотя бы одного попадания

**Задача 12.** Колода карт содержит 36 различных карт (9 карт пиковой масти, 9 треф, 9 бубен и 9 червей). Сдача карт одному игроку состоит из 6 карт, порядок которых не важен. Какова вероятность того, что:  
а) в сдаче все карты будут бубновой масти?  
б) в сдаче все карты будут одного цвета?  
в) в сдаче будет 4 дамы?  
г) в сдаче будет точно 3 короля?